



باسمه تعالی  
جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش



سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۴۰۲

# سی و هفتمین دوره المپیاد فیزیک

## کد دفترچه: ۱

مدت آزمون	تعداد سؤالات	
	۲۱۰ دقیقه	مسأله کوتاه
۱۰		۲۳

نام: \_\_\_\_\_ نام خانوادگی: \_\_\_\_\_ شماره صندلی: \_\_\_\_\_

**استفاده از هر نوع ماشین حساب ممنوع است.**

**توضیحات مهم**

۱- کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید، در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد.

۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همه برگه های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید، در صورت هر گونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.

۳- یک برگ پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است، در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.

۴- برگه پاسخنامه را دستگاه تصحیح می کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.

۵- دفترچه باید همراه پاسخنامه تحویل داده شود.

۶- در سوال های چهار گزینه ای هر پاسخ درست ۳ نمره مثبت و هر پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد. در مسئله های کوتاه، هر پاسخ درست ۵ نمره مثبت و پاسخ نادرست نمره منفی ندارد.

۷- آزمون مرحله دوم برای دانش آموزان پایه دهم، صرفاً جنبه آزمایشی و آمادگی دارد و شرکت کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش آموزان پایه یازدهم انتخاب می شوند.

کلیه حقوق این سؤالات برای باشگاه دانش پژوهان جوان محفوظ است.  
آدرس سایت اینترنتی: [ysc.medu.ir](http://ysc.medu.ir)

## کد دفترچه سؤالات: ۱

۱

۱) یک خودرو فاصله دو نقطه را که  $100/0$  m است با سرعت ثابت طی می‌کند. زمان این حرکت با یک زمانسنج اندازه‌گیری می‌شود که دقت آن  $\pm 0/20$  s است. اگر زمان حرکت را با این زمانسنج  $s (5/0 \pm 0/2)$  اندازه‌گیری کرده باشیم، کدام گزینه برای سرعت خودرو درست است؟

(۱)  $(20/0 \pm 0/2)$  m/s

(۲)  $(20/0 \pm 0/4)$  m/s

(۳)  $(20/0 \pm 0/8)$  m/s

(۴)  $(20/0 \pm 1/6)$  m/s

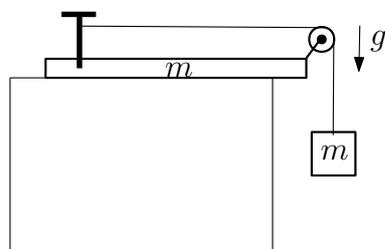
۲) قطاری در فاصله  $s$  از یک ایستگاه با سرعت  $v_0$  در حال حرکت است. اندازه بیشینه شتاب قطار هنگام افزایش سرعت  $a_1$  و هنگام کاهش سرعت  $a_2$  است. کمترین زمان برای آن که قطار به ایستگاه برسد و در آن توقف کند کدام گزینه است؟

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \sqrt{2s(a_1 + a_2) + v_0^2} - \frac{v_0}{a_1}$

(۲)  $\frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \sqrt{2s(a_1 + a_2) + v_0^2} - \frac{v_0}{a_2}$

(۳)  $\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) \sqrt{\frac{(v_0^2 + 2sa_1)a_2}{a_1 + a_2}} - \frac{v_0}{a_1}$

(۴)  $\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) \sqrt{\frac{(v_0^2 + 2sa_2)a_1}{a_1 + a_2}} - \frac{v_0}{a_2}$



۳) تخته‌ای به جرم  $m$  مطابق شکل بر روی میز افقی بدون اصطکاک قرار دارد. جسم آویخته‌ای با همان جرم  $m$  به نخ‌ی بسته شده که پس از عبور از روی قرقره‌ای سبک به میخ ثابتی که بر روی تخته کوبیده شده بسته شده است. شتاب گرانش  $g$  است. دستگاه را از حالت سکون رها می‌کنیم. شتاب جسم آویخته کدام گزینه است؟

(۱) صفر

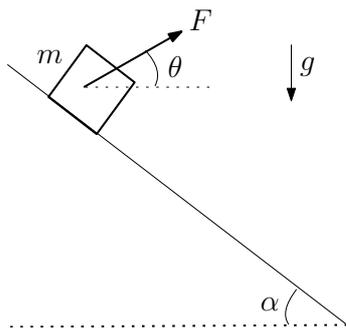
(۲)  $\frac{g}{4}$

(۳)  $\frac{g}{2}$

(۴)  $g$

کد دفترچه سؤالات: ۱

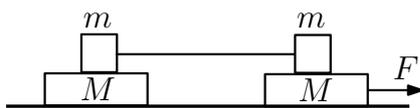
۲



(۴) جسمی به جرم  $m$  روی یک سطح شیب‌دار دارای اصطکاک با زاویه شیب  $\alpha$  نسبت به افق ساکن است. ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح شیب‌دار  $\mu_s$  است. حال جسم را مطابق شکل با نیرویی که با امتداد افق زاویه  $\theta$  می‌سازد، می‌کشیم. با انتخاب مناسب زاویه  $\theta$  می‌توان با کمترین نیروی ممکن،  $F$ ، جسم را در آستانه حرکت قرار داد. نسبت کمینه  $F$  به وزن جسم کدام گزینه است؟

(۴)  $\frac{\mu_s \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu_s \sin \alpha + \cos \alpha}$     (۳)  $\frac{\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_s \sin \alpha + \cos \alpha}$     (۲)  $\frac{\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha}{\sqrt{1 + \mu_s^2}}$     (۱)  $\frac{\mu_s \cos \alpha + \sin \alpha}{\sqrt{1 + \mu_s^2}}$

(۵) مطابق شکل دو جسم به جرم  $M$  بر روی یک میز افقی بدون اصطکاک قرار دارند. بر روی این دو جسم، دو جسم کوچکتر به جرم  $m$  قرار دارند که ضریب اصطکاک ایستایی هر یک از آن‌ها با جسم زیر خود  $\mu_s$  است. این دو جسم با یک نخ



بدون جرم افقی به یکدیگر متصل هستند. جسم  $M$  سمت راستی را با نیروی ثابت  $F$  می‌کشیم. با فرض  $M = 2m$  بیشینه  $F$  برای این که جرم‌های  $m$  روی جرم‌های  $M$  نلغزند، کدام گزینه است؟

(۴)  $\frac{3}{4} \mu_s mg$     (۳)  $2 \mu_s mg$     (۲)  $3 \mu_s mg$     (۱)  $6 \mu_s mg$

(۶) جسمی به جرم  $m$  تحت تأثیر شتاب گرانش  $g$  و نیروی مقاومت هوا از حال سکون و از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین شروع به سقوط می‌کند. وقتی جسم به زمین می‌رسد سرعت آن تقریباً برابر سرعت حد است. فرض کنید برای جسمی که با سرعت  $v$  در هوا حرکت می‌کند اندازه نیروی مقاومت هوا با رابطه  $f = bv^2$  داده می‌شود که در آن  $b$  ضریب ثابتی است. جهت نیروی مقاومت هوا مخالف جهت سرعت جسم است. انرژی تلف شده توسط نیروی مقاومت هوا در این فرایند کدام گزینه است؟

(۴)  $mgh \left(1 - \frac{2bh}{m}\right)$     (۳)  $mgh \left(1 - \frac{m}{bh}\right)$     (۲)  $mgh \left(1 - \frac{m}{2bh}\right)$     (۱)  $mgh$

۷) یک قطعه کش از قانون هوک تبعیت می‌کند و ثابت فنری آن  $k$  است. جرم واحد طول کش در حالت آزاد  $\mu$  است. این کش را به صورت دایره‌ای به شعاع  $r_0$  در می‌آوریم. سپس آن را با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر صفحه دایره عمود است به دوران در می‌آوریم. از گرانش و هر نوع اصطکاک صرف نظر کنید. شعاع دایره حاصل کدام گزینه است؟ راهنمایی: کمان کوچکی از دایره مقابل به زاویه کوچک  $\Delta\theta$  را در نظر بگیرید و نیروهای وارد بر آن را رسم کنید. سپس قانون دوم نیوتن را برای این قطعه از کش به کار ببرید. لازم به ذکر است برای زوایای کوچک سینوس زاویه با اندازه زاویه بر حسب رادیان تقریباً برابر است.

$$r_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu\omega^2}{\pi k}} \right) \quad (2) \qquad r_0 \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu\omega^2}{\pi k}} \right) \quad (1)$$

$$\left( \frac{1}{r_0} - \frac{\mu\omega^2}{2\pi k} \right)^{-1} \quad (4) \qquad \left( \frac{1}{r_0} + \frac{\mu\omega^2}{2\pi k} \right)^{-1} \quad (3)$$



۸) در یک بازی تفریحی، موسوم به پرش بانجی، شخصی در حالی که طناب کش‌مانندی به طول  $l$  را به کمر خود بسته، خودش را از صخره‌ای به ارتفاع  $h$  بالای سطح آب، بدون سرعت اولیه، رها می‌کند. سر دیگر طناب به نقطه‌ای از صخره بسته شده است.

ثابت کشسانی طناب طوری است که شخص در پایین‌ترین نقطه از مسیر سقوطش با سطح آب تماس پیدا می‌کند. بیشینه سرعت شخص در طول مسیرش کدام گزینه است؟ شخص را مانند جرم نقطه‌ای در نظر بگیرید.

$$\sqrt{\frac{g}{2h}}(h+l) \quad (4) \qquad \sqrt{\frac{g}{h}}(h+l) \quad (3) \qquad \sqrt{\frac{g}{2hl}}(h^2 - l^2) \quad (2) \qquad \sqrt{\frac{g}{hl}}(h^2 - l^2) \quad (1)$$

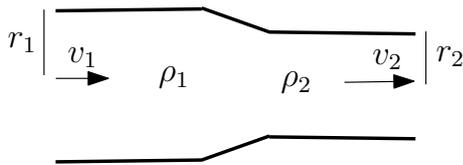
۹) جسمی از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین رها می‌شود. با فرض ثابت بودن شتاب جاذبه،  $g$ ، سرعت رسیدن جسم به سطح زمین  $\sqrt{2gh}$  است. زمین را کره‌ای به جرم  $M$  و شعاع  $R$  در نظر بگیرید و متغیر بودن شتاب جاذبه را به حساب آورید. در این صورت اگر جسم را از ارتفاع  $H$  نسبت به سطح زمین رها کنیم هنگام رسیدن به زمین همان سرعت را خواهد داشت. کدام گزینه رابطه بین کمیت‌های  $h$ ،  $H$  و  $R$  را به درستی بیان می‌کند؟

راهنمایی: انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم  $m$  به فاصله  $r$  ( $r > R$ ) از مرکز زمین برابر  $-\frac{GMm}{r}$  است.

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{H^2} - \frac{1}{R^2} \quad (۴) \quad \frac{1}{h^2} = \frac{1}{H^2} + \frac{1}{R^2} \quad (۳) \quad \frac{1}{h} = \frac{1}{H} + \frac{1}{R} \quad (۲) \quad \frac{1}{h} = \frac{1}{H} - \frac{1}{R} \quad (۱)$$

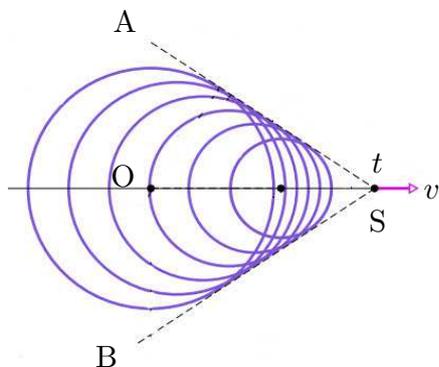
۱۰) گازها به ویژه در سرعت‌های بالا تراکم‌پذیر هستند. در

شکل مقابل شعاع ناحیه سمت چپ لوله  $r_1$  و شعاع ناحیه سمت راست لوله  $r_2$  است. در حالت پایا سرعت و چگالی گاز در ناحیه سمت چپ لوله به ترتیب  $v_1$  و  $\rho_1$  و در ناحیه سمت راست لوله به ترتیب  $v_2$  و  $\rho_2$  است. فرض کنید  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$  نسبت  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$  کدام گزینه است؟



$$\frac{27}{8} \quad (۴) \quad \frac{3}{2} \quad (۳) \quad 1 \quad (۲) \quad \frac{2}{3} \quad (۱)$$

۱۱) شکل روبرو منطقه حرکت یک قایق بر روی دریاچه‌ای آرام را از بالا نشان می‌دهد. قایق با سرعت ثابت  $v$  به سمت راست حرکت می‌کند. سرعت انتشار امواج سطحی روی آب  $c$  است که از  $v$  کوچکتر است.



قایق در لحظه  $t = 0$  در نقطه  $O$  قرار دارد و در لحظه  $t$  به نقطه  $S$  رسیده است. در این لحظه جبهه‌های موج پشت سر قایق نیم خط‌های  $SA$  و  $SB$  را تشکیل می‌دهند. کدام گزینه زاویه بین این دو نیم خط را نشان می‌دهد؟

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{v}{c}\right) \quad (۴) \quad 2 \tan^{-1}\left(\frac{c}{v}\right) \quad (۳) \quad 2 \sin^{-1}\left(\frac{v}{c}\right) \quad (۲) \quad 2 \sin^{-1}\left(\frac{c}{v}\right) \quad (۱)$$

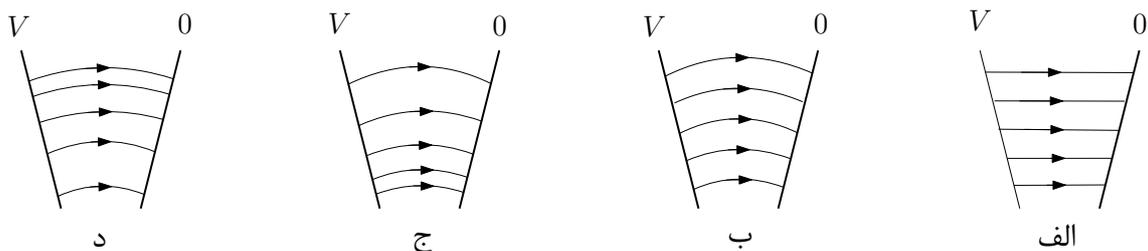
۱۲) فرض کنید در یک فرایند ترمودینامیکی دما و حجم یک گاز آرمانی مطابق معادله  $T = T_0 \left(1 + \frac{V^2}{V_0^2}\right)$  تغییر کند.  $n$  مول گاز در این فرایند متحول می‌شود. در طی این تحول کمترین فشار گاز کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{nRT_0}{2V_0}$       (۲)  $\frac{nRT_0}{V_0}$       (۳)  $\frac{2nRT_0}{V_0}$       (۴)  $\frac{4nRT_0}{V_0}$

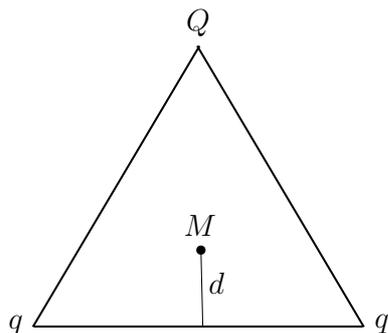
۱۳) سرعت صوت در یک گاز آرمانی که چگالی آن  $\rho$  و فشار تعادلی آن  $P$  است از رابطه  $\sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$  به دست می‌آید که  $\gamma$  ضریب اتمیسیته نام دارد و به تعداد اتم‌ها در یک مولکول گاز مربوط است. مخلوطی از دو گاز آرمانی با  $\gamma$  یکسان در نظر بگیرید که جرم مولی آن‌ها  $M_1$  و  $M_2$  است و نسبت جرم‌های آن‌ها  $x = \frac{m_1}{m_2}$  است. سرعت صوت در این مخلوط در دمای  $T$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\sqrt{\frac{\gamma RT}{2x+1} \left(\frac{x}{M_1} + \frac{x+1}{M_2}\right)}$       (۲)  $\sqrt{\frac{\gamma RT}{x+1} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{x}{M_2}\right)}$   
 (۳)  $\sqrt{\frac{\gamma RT}{2x+1} \left(\frac{x+1}{M_1} + \frac{x}{M_2}\right)}$       (۴)  $\sqrt{\frac{\gamma RT}{x+1} \left(\frac{x}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)}$

۱۴) دو صفحه فلزی مطابق شکل با هم زاویه کوچکی می‌سازند. بین این دو صفحه اختلاف پتانسیل  $V$  برقرار کرده‌ایم. کدام شکل آرایش خطوط میدان الکتریکی این دستگاه را نشان می‌دهد؟



- (۱) الف      (۲) ب      (۳) ج      (۴) د



۱۵) بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $Q$ ،  $q$  و  $q$  مطابق شکل بر رؤس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $2a$  قرار دارند. میدان الکتریکی در نقطه  $M$  به فاصله  $d$  از قاعده بر روی ارتفاع وارد بر قاعده صفر است. نسبت  $\frac{Q}{q}$  کدام گزینه است؟

(۴)  $\frac{2d(\sqrt{3}a - d)^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$       (۳)  $\frac{2a(\sqrt{3}a - d)^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$       (۲)  $\frac{d(\sqrt{3}a - d)^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$       (۱)  $\frac{a(\sqrt{3}a - d)^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$

۱۶) خازن مسطحی را در نظر بگیرید که مساحت صفحات آن  $A$  است و فضای بین صفحات آن از هوا با ضریب گذردهی  $\epsilon_0$  پر شده است. فاصله صفحات خازن با زمان به صورت  $d = d_0 + a \cos \omega t$  تغییر می‌کند، به طوری که دامنه نوسان  $a$  از  $d_0$  بسیار کوچکتر است. این خازن به یک باتری با ولتاژ  $V$  و مقاومت درونی ناچیز وصل است. فرض کنید  $I_T$  جریان الکتریکی میانگین بین لحظات  $t$  و  $t + \frac{T}{4}$  باشد که  $T$  دوره تناوب تابع  $\cos \omega t$  است. اگر  $I_m$  بیشینه  $I_T$  باشد،  $a$  کدام گزینه است؟

راهنمایی: اگر  $x$  عددی بسیار کوچکتر از ۱ باشد  $\frac{1}{1-x} \approx 1+x$ .

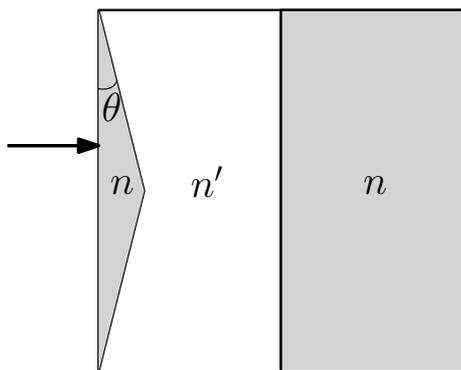
(۴)  $\frac{2I_m d_0^2}{\pi \epsilon_0 AV \omega}$       (۳)  $\frac{\pi I_m d_0^2}{\epsilon_0 AV \omega}$       (۲)  $\frac{I_m d_0^2}{\epsilon_0 AV \omega}$       (۱)  $\frac{\pi I_m d_0^2}{2 \epsilon_0 AV \omega}$

۱۷) حلقه‌ای به شعاع  $R$  و پوسته‌ای استوانه‌ای به شعاع  $r$  و طول  $l$  مفروضند. شعاع استوانه از طول آن بسیار کوچکتر است. روی هر دو آن‌ها بار الکتریکی  $q$  را به طور یکنواخت توزیع می‌کنیم. استوانه را حول محور تقارن خود و حلقه را حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر صفحه حلقه عمود است با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  می‌چرخانیم. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه را  $B_1$  و در مرکز استوانه را  $B_2$  می‌نامیم. نسبت  $B_2/B_1$  چقدر است؟  
راهنمایی: استوانه را مشابه سیملوله آرمانی بگیرید.

(۴)  $\frac{r}{R}$       (۳)  $\frac{R}{r}$       (۲)  $\frac{l}{2R}$       (۱)  $\frac{2R}{l}$

## کد دفترچه سؤالات: ۱

۷



۱۸) یک محیط شفاف مطابق شکل از سه قسمت تشکیل شده است که در هوا به ضریب شکست ۱ قرار دارند. محیط سمت راست یک تیغه متوازی السطوح به ضریب شکست  $n$  است. در مجاورت آن تیغه متوازی السطوح دیگری به ضریب شکست  $n'$  قرار دارد که منشور متساوی الساقینی از آن جدا شده و به جای آن منشور مشابهی با ضریب شکست  $n$  چسبانده شده است. زاویه مجاور به قاعده منشور زاویه بسیار کوچک  $\theta$  است.

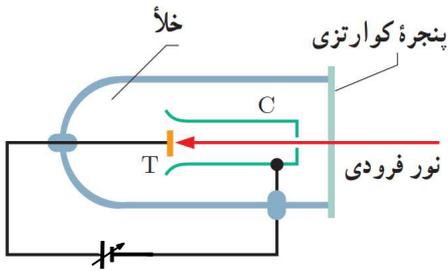
یک پرتو نور مطابق شکل به سطح تخت منشور می‌تابد. زاویه انحراف پرتو نور خروجی از تیغه متوازی السطوح با ضریب شکست  $n$  نسبت به پرتو فرودی کدام گزینه است؟  
راهنمایی: برای زوایای کوچک سینوس زاویه با اندازه زاویه بر حسب رادیان تقریباً برابر است.

$$(1) \theta \left( \frac{n' - n}{n' + n} \right) \quad (2) \theta \left( \frac{n'}{n} - 1 \right) \quad (3) \theta (n' - n) \quad (4) \theta (n' - n)$$

۱۹) یک کره منزوی به شعاع  $1/8$  cm از فلزی که تابع کار آن  $2/9$  eV است ساخته شده و در معرض تابش فوتون‌هایی با انرژی  $4/5$  eV قرار دارد. بر اثر کننده شدن فوتوالکترون‌ها پتانسیل الکتریکی کره تغییر می‌کند، در نتیجه انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌ها در دوردست کاهش می‌یابد. اگر بعد از کننده شدن  $n$  فوتوالکترون انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌ها نصف این کمیت در آغاز آزمایش باشد،  $n$  به کدام گزینه نزدیکتر است؟

راهنمایی: پتانسیل الکتریکی روی سطح کره‌ای به شعاع  $R$  که بار الکتریکی  $Q$  به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$  است. همچنین  $9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  و بار الکتریکی الکترون  $e = -1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است.

$$(1) 10^9 \quad (2) 10^8 \quad (3) 10^7 \quad (4) 10^6$$



۲۰) شکل مقابل چیدمان آزمایش اثر فوتوالکتریک را نشان می‌دهد. فرض کنید در این آزمایش پرتو فرابنفش با طول موج  $220 \text{ nm}$  بر هدف T که از جنس سدیم با تابع کار  $2.28 \text{ eV}$  است، می‌تابد.

اگر پتانسیل هدف T صفر باشد، پتانسیل الکتریکی رسانای C چه باشد تا جریان فوتوالکتریک صفر شود. لازم به یادآوری است که  $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ .

- (۱)  $-3.36 \text{ V}$       (۲)  $3.36 \text{ V}$       (۳)  $-2.28 \text{ V}$       (۴)  $2.28 \text{ V}$

۲۱) در فیزیک کوانتومی ترازهای انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک‌بعدی با بسامد  $f$  به صورت  $E_n = hf(n + \frac{1}{2})$  است که  $h$  ثابت پلانک و  $n$  یک عدد صحیح نامنفی ( $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ ) است. فرض کنید نوسانگر در یک حالت برانگیخته با انرژی  $E_N$  است. اگر این نوسانگر به حالت انرژی پایه برود امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟

- (۱) ۱      (۲)  $N$       (۳)  $N + 1$       (۴)  $\frac{1}{2}N(N + 1)$

۲۲) یک اتم هیدروژن گونه اتمی است که یک الکترون دارد و هسته آن به جای یک پروتون دارای  $Z$  پروتون است. طول موج فوتون‌ها در طیف گسیلی اتم‌های هیدروژن گونه از رابطه  $\frac{1}{\lambda} = RZ^2(\frac{1}{n_L} - \frac{1}{n_U})$  به دست می‌آید که  $R$  ثابت ریذبرگ است. در سری بالمر طیف گسیلی اتم هیدروژن چهار طول موج که کوچکترین آن  $410 \text{ nm}$  و بزرگترین آن  $656 \text{ nm}$  است در ناحیه مرئی وجود دارد. اتم لیتیم دو بار یونیده یک اتم هیدروژن گونه با  $Z = 3$  است. در طیف گسیلی این اتم برای حالت  $n_L = 6$  از طول موج  $410 \text{ nm}$  تا طول موج  $656 \text{ nm}$  چند طول موج گسیلی وجود دارد؟

- (۱) ۴      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) ۱۳

(۲۳) در پراکندگی رادرفورد ذرات آلفا هنگام برخورد به ورقه طلا وابستگی زاویه پراکندگی  $\theta$  و پارامتر  $b$  به صورت  $b = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 K} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$  است که  $Z$  عدد اتمی طلا،  $e$  بار الکتریکی الکترون،  $\epsilon_0$  ثابت گذردهی خلأ و  $K$  انرژی جنبشی ذرات آلفا است وقتی در فاصله دوری از ورقه طلا هستند. انرژی جنبشی همه ذرات آلفا که به ورقه طلا برخورد می‌کنند، یکسانند.

از آنجا که ذرات آلفا به صورت کاتوره‌ای به یک اتم طلا اصابت می‌کنند، احتمال پراکندگی آنها از یک اتم طلا با زاویه بزرگتر از  $\theta$ ، متناسب با  $\pi b^2$  است. فرض کنید تعدادی ذره آلفا با زاویه بیش از  $30^\circ$  منحرف شده باشند. از میان این ذرات به طور میانگین چند درصد با زاویه بیش از  $60^\circ$  منحرف شده‌اند؟  $\sqrt{3} \approx 1.7$

۵۰ (۴)

۳۳ (۳)

۲۴ (۲)

۸ (۱)

## مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید. در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. توجه کنید که رقم یکان عدد در ستون یکان، و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

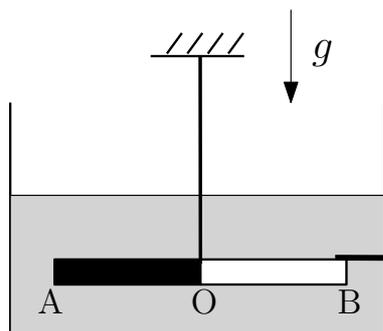
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد  $267 \mu F$  را به دست آورده باشید. ابتدا آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به دست آید. سپس مطابق شکل پاسخ خود را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.

دهگان	یکان
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

### کد دفترچه سؤالات: ۱

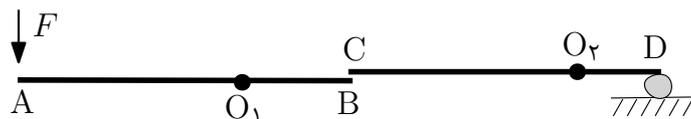
۱۱



(۱) میله‌ای مطابق شکل از دو قسمت با طول‌ها و سطح مقطع‌های یکسان تشکیل شده است. نیمه AO از آلومینیوم به چگالی  $2.7 \text{ g/cm}^3$  و نیمه OB از چوب به چگالی  $0.9 \text{ g/cm}^3$  ساخته شده است. این دستگاه را از نقطه O که مرکز دو قسمت است به سقف آویخته‌ایم. در عین حال میله در داخل آب به چگالی  $1.0 \text{ g/cm}^3$  غوطه‌ور است. در لبه B نگهدارنده‌ای در بالای میله از چرخش آن جلوگیری می‌کند. نیروی کشش نخ چند درصد نیروی وزن میله است؟

راهنمایی: فرض کنید نیروی وزن یک میله یکنواخت به نقطه وسط آن وارد می‌شود.

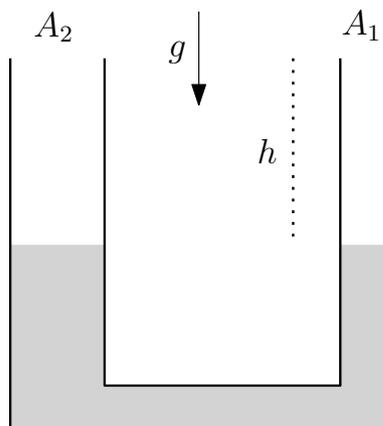
(۲) از دو میله AB و CD به جرم ناچیز دستگاهی مطابق شکل ساخته‌ایم. میله AB حول لولای بدون اصطکاک و ثابت  $O_1$  و نیز میله CD حول لولای بدون اصطکاک و ثابت  $O_2$  می‌توانند بچرخند.



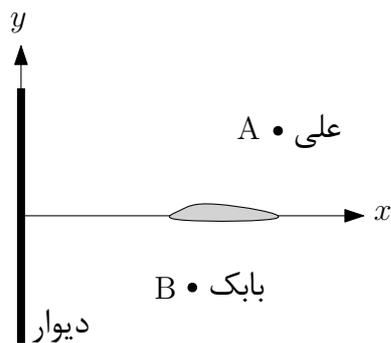
فاصله نقاط یاد شده از هم به قرار زیرند

$$O_1A = 10 \text{ cm}, \quad O_1B = 6 \text{ cm}, \quad O_2C = 10 \text{ cm}, \quad O_2D = 5 \text{ cm}.$$

لبه B از میله اول درست زیر لبه C از میله دوم قرار دارد و می‌تواند آن را به بالا براند. در زیر لبه D از میله دوم یک گردو قرار دارد که با نیروی  $100 \text{ N}$  می‌شکند. نیروی F را به تدریج بر لبه A وارد می‌کنیم تا گردو در آستانه شکستن قرار گیرد. در این وضعیت نیروی وارد بر لولای  $O_1$  چند نیوتن است؟



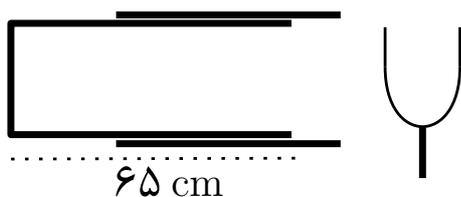
(۳) در یک ظرف U شکل مقداری مایع با چگالی  $\rho_1 = 1.0 \text{ g/cm}^3$  ریخته‌ایم، به گونه‌ای که در هر دو سمت ارتفاع  $h = 40.7 \text{ cm}$  از سر ظرف خالی است. سطح مقطع لوله سمت راست این ظرف برابر  $A_1 = 1.0 \text{ cm}^2$  و سطح مقطع لوله سمت چپ این ظرف  $A_2 = 4.0 \text{ cm}^2$  است. حداکثر چند گرم از مایعی با چگالی  $\rho_2 = 0.75 \text{ g/cm}^3$  به آرامی در لوله سمت راست این ظرف بریزیم که مایع از ظرف سرریز نکند؟



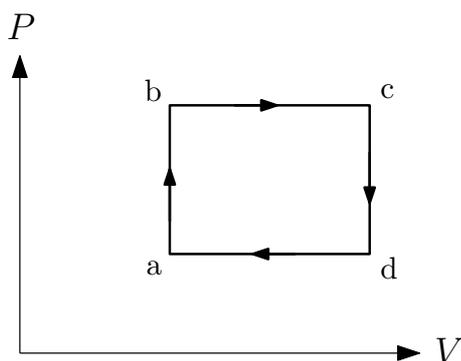
۴) علی و بابک دو سرباز وظیفه مشغول گشت‌زنی هستند. علی در موقعیت مکانی  $(140\text{ m}, 60\text{ m})$  و بابک در موقعیت مکانی  $(100\text{ m}, -40\text{ m})$  در دستگاه مختصات  $x - y$  شکل مقابل قرار دارند. بین این دو سرباز مانعی است که باعث می‌شود یکدیگر را نبینند و صدای یکدیگر را مستقیماً نشنوند. سرعت صوت در هوا  $340\text{ m/s}$  است.

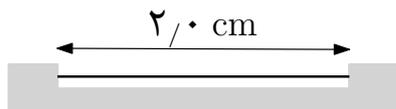
در آن حوالی یک دیوار بازتابنده صوت در روی محور  $y$  قرار دارد که به کمک آن علی می‌تواند با ایجاد یک تپ صوتی حضور خودش را به بابک اطلاع دهد. بابک چند صدم ثانیه بعد از تولید تپ صوتی علی آن را می‌شنود؟

۵) یک لوله صوتی یک سر بسته به طول  $65\text{ cm}$  دارای غلافی به همان طول است. در ابتدا لوله کاملاً داخل غلاف قرار دارد. غلاف را می‌توان به طوری که از لوله جدا نشود، از لوله بیرون کشید. دیپازونی که بسامد آن  $440\text{ Hz}$  است را مقابل لوله به نوسان درمی‌آوریم. سرعت صوت در هوا  $340\text{ m/s}$  است. غلاف را چند سانتی‌متر جابجا کنیم تا صدای دیپازون تشدید شود؟



۶) گازی آرمانی و تک‌اتمی در یک ماشین گرمایی چرخه ترمودینامیکی شکل مقابل را طی می‌کند. انرژی درونی گاز آرمانی تک‌اتمی از رابطه  $U = \frac{3}{2}PV$  به دست می‌آید. اگر  $\frac{V_c}{V_a} = \beta$  و  $\frac{T_c}{T_a} = \frac{5}{3}$  باشد، به ازای هر مقدار قابل قبول برای بازده چرخه،  $\eta$ ، دو امکان برای  $\beta$  وجود دارد.  $\eta$  چند درصد باشد تا این دو مقدار یکی شوند.





شکل ۱



شکل ۲

۷) نوار آلومینیومی نازکی به طول  $2.70 \text{ cm}$  را مطابق شکل ۱ در یک قاب فولادی قرار داده‌ایم به گونه‌ای که دو سر آن به قاب فولادی تکیه دارند و کناره‌های آن آزاد هستند. ضریب انبساط طولی فولاد  $11 \times 10^{-6} / \text{K}$  و ضریب انبساط طولی آلومینیوم  $23 \times 10^{-6} / \text{K}$  است.

دمای این دستگاه به اندازه  $87^\circ \text{K}$  افزایش می‌یابد. آلومینیوم به دلیل نرمی نمی‌تواند شکل قاب فولادی که سخت است را تغییر دهد. در نتیجه نوار آلومینیومی مطابق شکل ۲ به صورت قسمتی از سطح جانبی یک استوانه در می‌آید که نمای کناری آن به شکل قطاعی از یک دایره است. شعاع انحنای این قطاع (استوانه) چند سانتی‌متر است؟ راهنمایی: در زاویه‌های کوچک می‌توانید از رابطه تقریبی  $\sin \theta \cong \theta - \frac{\theta^3}{6}$  استفاده کنید.

۸) تویی با هوای داخل آن  $500 \text{ g}$  جرم دارد. این توپ حاوی  $1.00 \text{ L}$  هوا به چگالی  $1.5 \text{ g/L}$  است. این توپ از ارتفاع  $200 \text{ cm}$  و از حال سکون در راستای قائم به سمت زمین سقوط می‌کند و تا ارتفاع  $120 \text{ cm}$  از زمین بالا می‌آید. در نقطه اوج جدید دمای پوسته توپ همان دمای محیط است اما دمای هوای داخل آن نسبت به لحظه سقوط  $2700 \text{ K}$  بالاتر است. حجم توپ نیز تغییر نکرده است. گرمای ویژه هوا در این فرایند  $723 \text{ J/g.K}$  است. اگر در این فرایند توپ به محیط اطراف مقدار  $x$  ژول انرژی داده باشد  $10x$  چقدر است؟ در این مسئله شتاب جاذبه را  $9.8 \text{ m/s}^2$  بگیرید.

۹) مقاومت الکتریکی یک ترمیستور به دمای آن بستگی دارد. برای یک ترمیستور معین از نوع PTC رابطه تجربی  $R = 100 + 0.4\theta$  برقرار است که در آن  $\theta$  دما در مقیاس سلسیوس و  $R$  مقاومت بر حسب اهم است. اگر دمای این مقاومت  $\theta$  و دمای هوای اطراف آن  $\theta_0$  باشد، توان گرمایی خارج شده از مقاومت به علت انتقال گرما برابر با  $\alpha(\theta - \theta_0)$  خواهد بود که  $\alpha = 0.60 \text{ W/}^\circ\text{C}$  ضریب انتقال گرما است. فرض کنید که دمای هوای اطراف آن  $\theta_0 = 10^\circ \text{C}$  است. اگر این ترمیستور را به منبع جریانی با جریان ثابت  $I = 0.50 \text{ A}$  متصل کنیم، دمای تعادل ترمیستور چند درجه سلسیوس خواهد بود؟

۱۰) هرگاه میدان الکتریکی بین دو الکترود در هوای خشک به مقدار  $10^6 \text{ V/m} \times 2/00$  برسد، مولکول‌های هوا یونیده شده و تخلیه الکتریکی صورت می‌گیرد. تخلیه الکتریکی باعث کاهش بار روی الکترودها و در نتیجه کاهش میدان الکتریکی بین آنها می‌شود. فرایند تخلیه تا رسیدن میدان الکتریکی به  $10^6 \text{ V/m} \times 1/50$  ادامه می‌یابد و سپس قطع می‌شود. فاصله صفحات یک خازن تخت به ظرفیت  $24 \text{ pF}$  برابر  $1/00 \text{ mm}$  است. ولتاژ بین صفحات را به تدریج بالا می‌بریم تا تخلیه الکتریکی آغاز شود. به محض وقوع تخلیه الکتریکی، فیوزی که با خازن سری شده ارتباط خازن را با منبع ولتاژ قطع می‌کند. تعیین کنید مقدار بار الکتریکی جابجا شده بین صفحات خازن در ضمن این تخلیه چند نانوکولن است؟ فرض کنید در این فرایند به خازن آسیبی نمی‌رسد.

---



سازمان سنجش و ارزشیابی

لطفاً در این کادر و حاشیه پاسخنامه چیزی ننویسید.

۱۴۰۲  
سی و هفتمین دوره المپیاد ریاضی  
کد دفترچه: ۱

مطابق توضیحات دفترچه تکمیل شود.

کد دفترچه ۱

غلط:

صحیح:

لطفاً گزینه را به صورت کامل و فقط با مداد مشکی نرم پر کنید.

۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۶	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۹	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

۲۱	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۲	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۳	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۴۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۶۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۱۱	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۶	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۷	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۰	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۳۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۵۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

۷۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۸۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

مسأله اول		مسأله دوم		مسأله سوم		مسأله چهارم		مسأله پنجم		مسأله ششم		مسأله هفتم		مسأله هشتم		مسأله نهم		مسأله دهم	
دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸
۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹

۹۹ ۷۰ ۸۰ ۷۵ ۷۴ ۷۷ ۳۱ ۳۲ ۶ ۳۹ ۴۰ ۱۷ ۱۸ ۶۲ ۱۲

محل امضاء

۳۳

۴۱ ۴۲  
۴۳ ۴۴

اینجانب ..... فرزند ..... با کد ملی .....

صحت اطلاعات مندرج در پاسخ برگ را با مشخصات خود تأیید می‌نمایم.